



I Giochi di Archimede

- Gara Biennio -
30. November 2023



211

- Die Arbeit besteht aus 16 Aufgaben. Für jede Frage stehen fünf Antworten zur Auswahl, die mit den Buchstaben (A), (B), (C), (D) und (E) gekennzeichnet sind. Eine einzige dieser Antworten ist korrekt, die anderen vier sind falsch.
- Jede richtige Antwort zählt 5 Punkte, jede falsche 0, jede Frage mit einer unleserlichen Antwort oder ohne Antwort 1 Punkt.
- Für jedes Problem musst du den Buchstaben, der deiner Meinung nach zur richtigen Antwort gehört, in das untenstehende Raster eintragen. Lösungen und Korrekturen beim Raster sind nicht erlaubt. Die Verwendung von Taschenrechnern und Kommunikationsmitteln ist untersagt.

Für die gesamte Arbeit stehen dir 100 Minuten zur Verfügung.

Gute Arbeit und viel Vergnügen!

Nachname _____ Name _____

Klasse u. Sektion _____ Geburtsdatum _____ Geschlecht _____

E-Mail _____

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16

- Darius hat einen 6-seitigen Würfel, der von 1 bis 6 nummeriert ist. Silvias Würfel hat 20 Seiten, die von 1 bis 20 nummeriert sind. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass beide die gleiche Zahl würfeln?
(A) 1/120 (B) 1/6 (C) 1/20 (D) 3/10 (E) 1/14
- Wie viele dreistellige Zahlen gibt es, die Vielfache von 4 sind und die nur mit den Ziffern 1, 2, 5, 8 geschrieben werden können?
(A) 16 (B) 18 (C) 12 (D) 10 (E) 14

- Im Dreieck ABC sei D ein Punkt auf der Seite BC , sodass $\overline{AC} = \overline{CD}$ gilt. Außerdem wissen wir, dass $\overline{AD} = \overline{DB}$ und der Winkel $\hat{C} = 16^\circ$ sind. Wie groß ist der Winkel $\hat{B}$?
(A) 32° (B) 40° (C) 36° (D) 38° (E) 41°

- Albert räumt sein Bücherregal auf. Er besitzt 3 grüne Hefte, 2 blaue und 2 rote. Er möchte dabei Hefte mit gleicher Farbe nebeneinander stellen, ohne dass eine andere Farbe dazwischen liegt. Auf wie viele verschiedene Arten kann Albert seine 7 Hefte im Regal nebeneinander anordnen?
(A) 36 (B) 144 (C) 48 (D) 96 (E) 576

- Für eine Folge von 6 Zahlen $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$ gilt:
 $a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = a_4 - a_3 = a_5 - a_4 = a_6 - a_5$. Weiters gilt:
 $a_1 + a_2 + a_3 = 7$ und $a_4 + a_5 + a_6 = 19$. Welchen Wert hat $a_4 - a_1$?
(A) 2 (B) 6 (C) 3 (D) 1 (E) 4

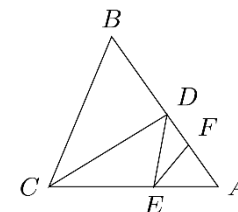
- Gegeben sind die Zahlen $x = 2^{(4^6)}$ und $y = 2^{(6^5)}$.
Wir betrachten die folgenden 4 Aussagen:
(1) x ist eine Quadratzahl (2) x ist ein Teiler von y
(3) y ist eine Quadratzahl (4) y ist eine Kubikzahl

Wie viele der vorigen 4 Aussagen sind wahr?

- (A) nur drei (B) alle vier (C) nur zwei (D) nur eine (E) keine

- Im Dreieck ABC mit $\hat{CAB} = 58^\circ$ und $\hat{ABC} = 54^\circ$ sind die Halbgeraden CD, DE, EF Winkelhalbierende der Winkel $\hat{BCA}, \hat{ADC}, \hat{DEA}$ (in dieser Reihenfolge). Wie groß ist der Winkel $\hat{AFE}$?

- (A) 83° (B) 80° (C) 82° (D) 81° (E) 84°



- Martina hat einen Streifen karierten Papiers. Die Länge eines Quadrates ist ein Zentimeter. Der Streifen hat insgesamt eine Länge von 2023 cm. Sie markiert jeden Zentimeter-Strich von 0 bis 2023 mit einem ihrer drei Farbstifte (rot, gelb und blau). Vielfache von 3 (0 mit eingeschlossen) werden blau markiert. Benachbarte Striche haben nicht die gleiche Farbe. Auf wie viele verschiedene Arten kann Martina die Bemalung durchführen?

- (A) 2^{1349} (B) 3^{2023} (C) 2^{675} (D) 3^{2024} (E) 2^{674}

9. Für vier reelle Zahlen ungleich 0 gilt: $a < b < c < d$ und $\frac{1}{c} < \frac{1}{b} < \frac{1}{a} < \frac{1}{d}$.
Welcher der folgenden Ausdrücke ist sicher positiv?

(A) $-2a - 3b - c + d$
(B) $2a - 3b - c + 2d$
(C) $-a + 4b - c + 3d$
(D) $4a + 2b + 3c - d$
(E) $3a + 2b + c + 4d$

10. Auf einer Insel sind die Bewohner entweder Edelmänner, die immer die Wahrheit sagen, Gauner, die immer lügen oder Knappen, die frei sind, die Wahrheit zu sagen oder zu lügen. Das Gesetz der Insel schreibt vor, dass bei einer Versammlung von mehr als 5 Personen mindestens ein Edelmann anwesend sein muss. Eines Tages versammeln sich 11 Inselbewohner um einen runden Tisch und jeder behauptet: "Neben mir befinden sich ein Edelmann und ein Gauner." Wie viele Knappen sind mindestens unter den 11 Anwesenden um den runden Tisch herum?

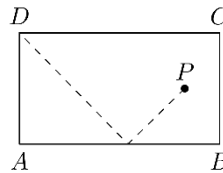
(A) 4 (B) 0 (C) 3 (D) 2 (E) 1

11. Wie viele geordnete Paare ganzer Zahlen (x, y) gibt es mit $-20 \leq x \leq 20$ und $-20 \leq y \leq 20$, für die $x^2y^3 = 7xy$ gilt?

(A) 82 (B) 81 (C) 83 (D) 80 (E) 84

12. Franziska spielt an einem Billardtisch, der die Maße $280 \text{ cm} \times 140 \text{ cm}$ hat.

Die Kugel befindet sich im Punkt P, welcher den gleichen Abstand zu den Seiten AB und CD hat. Der Abstand zu BC beträgt 52 cm. Franziska möchte sie in der Ecke D einlochen. Dabei soll die Kugel die Bahn durchlaufen, welche in der nebenstehenden Abbildung eingezeichnet ist.



In welchem Abstand (in cm) von B muss die Seite AB getroffen werden, damit diese Bahn erzielt wird?

(A) 120 (B) 128 (C) 124 (D) 130 (E) 126

13. Gegeben ist ein regelmäßiges Vieleck $\mathcal{P}$ mit 25 Seiten. Wie viele gleichschenklige Dreiecke gibt es, die aus drei Eckpunkten des Vielecks $\mathcal{P}$ konstruiert werden können?

(A) 285 (B) 275 (C) 250 (D) 225 (E) 300

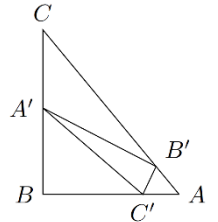
14. Richard zeichnet ein Rechteck mit den Maßen $83 \text{ cm} \times 120 \text{ cm}$. Danach unterteilt er es in $83 \cdot 120 = 9960$ kleine Quadrate mit der Fläche 1 cm^2 , und zeichnet eine Diagonale des Rechtecks ein. Wie viele Quadrate werden von der Diagonale überstrichen?

(A) 120 (B) 181 (C) 183 (D) 202 (E) 193

15. Eine Schildkröte macht manchmal einen Spaziergang, Sie startet immer von ihrem Stamplatz. Die Spazierwege bestehen immer aus geraden Stücken mit jeweils einer Länge von einem Meter, zufällig nach Norden, Süden, Osten oder Westen. Wenn sie die Richtung ändert, kann sie sich nur um 90° drehen (sie kann also nicht umdrehen und den Weg zurück gehen). Wie viele 6 Meter lange Spaziergänge sind möglich, an deren Ende sich die Schildkröte wieder bei ihrem Stamplatz befindet?

(A) 40 (B) 54 (C) 36 (D) 32 (E) 48

16. Wir betrachten ein rechtwinkliges Dreieck ABC mit den Katheten $\overline{AB} = 30 \text{ mm}$ und $\overline{BC} = 40 \text{ mm}$. A' ist der Mittelpunkt der Seite BC. B' und C' sind Punkte auf den Seiten AC und AB mit $\overline{AB'} = \overline{AC'} = 5 \text{ mm}$. Wie groß ist die Fläche des Dreiecks $A'B'C'$ in mm^2 ?



(A) 75 (B) 70 (C) 80 (D) 90 (E) 72