



I Giochi di Archimede

- Gara Triennio -

30. November 2023



311

- Die Arbeit besteht aus 16 Aufgaben. Für jede Frage stehen fünf Antworten zur Auswahl, die mit den Buchstaben (A), (B), (C), (D) und (E) gekennzeichnet sind. Eine einzige dieser Antworten ist korrekt, die anderen vier sind falsch.
- Jede richtige Antwort zählt 5 Punkte, jede falsche 0, jede Frage mit einer unleserlichen Antwort oder ohne Antwort 1 Punkt.
- Für jedes Problem musst du den Buchstaben, der deiner Meinung nach zur richtigen Antwort gehört, in das untenstehende Raster eintragen. Löschungen und Korrekturen beim Raster sind nicht erlaubt. Die Verwendung von Taschenrechnern und Kommunikationsmitteln ist untersagt.

Für die gesamte Arbeit stehen dir 100 Minuten zur Verfügung.

Gute Arbeit und viel Vergnügen!

Nachname _____ Name _____

Klasse u. Sektion _____ Geburtsdatum _____ Geschlecht _____

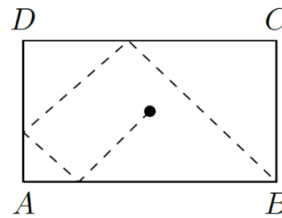
E-Mail _____

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16

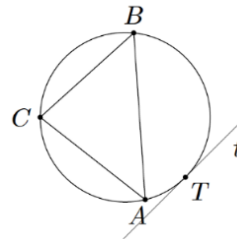
- Für eine Folge von 6 Zahlen $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$ gilt:
 $a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = a_4 - a_3 = a_5 - a_4 = a_6 - a_5$. Weiters gilt:
 $a_1 + a_2 + a_3 = 11$ und $a_4 + a_5 + a_6 = 32$. Welchen Wert hat $a_2 - a_1$?
 (A) $\frac{8}{3}$ (B) $\frac{5}{3}$ (C) 2 (D) $\frac{7}{3}$ (E) $\frac{4}{3}$
- Gegeben sind die Zahlen $x = 3^{(9^4)}$, $y = 27^{(9^3)}$ und die folgenden 4 Aussagen:
 (1) x ist eine Quadratzahl (2) $x \cdot y$ ist eine Quadratzahl und eine Kubikzahl
 (3) y ist eine Quadratzahl (4) x ist ein Teiler von y
 Welche der vorigen 4 Aussagen sind wahr?
 (A) die (4) (B) die (2) (C) die (1) und die (2) (D) alle 4 (E) keine

- Im Dreieck ABC sei D ein Punkt auf der Seite BC , sodass $\overline{AC} = \overline{CD}$ gilt. Außerdem wissen wir, dass $\overline{AD} = \overline{DB}$ und dass der Winkel $\widehat{B}$ 11 Mal so groß ist wie der Winkel $\widehat{C}$. Wie groß ist der Winkel $\widehat{A}$?
 (A) 128° (B) 129° (C) 131° (D) 130° (E) 132°
- Wir betrachten eine normale Zeigeruhr mit einem 12-Stunden-Ziffernblatt. Wie oft stehen der Stunden- und der Minutenzeiger im Laufe eines Tages (von Mitternacht bis zur darauffolgenden Mitternacht) senkrecht zueinander?
 (A) 44 (B) 48 (C) 24 (D) 22 (E) 46
- Barbara räumt ihr Bücherregal auf. Sie besitzt 2 grüne Hefte, 3 blaue, 2 gelbe und 1 rotes. Sie möchte Hefte mit gleicher Farbe nebeneinander stellen, ohne dass eine andere Farbe dazwischen liegt. Auf wie viele verschiedene Arten kann Barbara ihre 8 Hefte im Regal nebeneinander anordnen?
 (A) 360 (B) 144 (C) 432 (D) 96 (E) 576
- Für vier reelle Zahlen ungleich 0 gilt $a < b < c < d$ und $\frac{1}{b} < \frac{1}{a} < \frac{1}{d} < \frac{1}{c}$. Welcher der folgenden Ausdrücke ist sicher positiv?
 (A) $-a - 2b - 4c + 3d$
 (B) $2a - b + 3c + 2d$
 (C) $-2a - 3b - c + 2d$
 (D) $-a + 3b + 4c + 5d$
 (E) $a + 2b + 3c + 4d$
- Auf einer Insel sind die Bewohner entweder Edelmänner, die immer die Wahrheit sagen, Gauner, die immer lügen oder Knappen, die frei sind, die Wahrheit zu sagen oder zu lügen. Das Gesetz der Insel schreibt vor, dass bei einer Versammlung von mehr als 10 Personen mindestens ein Edelmann anwesend sein muss. Eines Tages versammeln sich 301 Inselbewohner im Kreis und jeder behauptet: "Neben mir befinden sich ein Edelmann und ein Gauner." Wie viele Knappen befinden sich mindestens unter den 301 Anwesenden, die im Kreis herumstehen?
 (A) 4 (B) 0 (C) 3 (D) 2 (E) 1

8. Franz spielt an einem Billardtisch, der die Maße $280 \text{ cm} \times 140 \text{ cm}$ hat. Die Kugel befindet sich im Zentrum des Tisches und Franz möchte sie in der Ecke B einlochen. Dabei soll die Kugel die Bahn durchlaufen, welche in der nebenstehenden Abbildung eingezeichnet ist. In welchem Abstand (in cm) von A muss die Seite AB getroffen werden, damit diese Bahn erzielt wird?



- (A) 56 (B) 64 (C) 63 (D) 70 (E) 42
9. Bestimme, wie viele geordnete Folgen von 5 ganzen Zahlen (a, b, c, d, e) existieren, sodass $abcde + 15 = 0$ gilt.
(A) 375 (B) 400 (C) 125 (D) 320 (E) 250
10. Gabriel hat einen Streifen karierten Papiers. Die Länge eines Quadrates beträgt ein Zentimeter. Der Streifen hat insgesamt eine Länge von 2023 cm. Gabriel markiert jeden Zentimeter-Strich von 0 bis 2023 mit einem seiner vier Farbstifte (rot, gelb, grün und blau). Vielfache von 4 (0 mit eingeschlossen) werden blau markiert, benachbarte Striche haben nicht die gleiche Farbe. Auf wie viele verschiedene Arten kann Gabriel die Bemalung durchführen?
(A) $27 \cdot 21^{505}$ (B) $27 \cdot 25^{505}$ (C) $27 \cdot 16^{505}$ (D) $27 \cdot 18^{505}$ (E) $27 \cdot 36^{505}$
11. Thomas und Claudia spielen gegeneinander. Sie werfen dazu mehrere Male eine Münze. Bei Kopf bekommt Thomas einen Punkt, bei Zahl Claudia. Wenn einer der beiden 4 Punkte erreicht hat, endet das Spiel. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein solches Spiel mit dem Punktestand 4 zu 2 endet (egal, für wen!)?
(A) 15/32 (B) 11/32 (C) 25/64 (D) 3/8 (E) 5/16
12. Im Dreieck ABC haben die Winkel folgende Werte: $\widehat{A} = 52^\circ$, $\widehat{B} = 57^\circ$, $\widehat{C} = 71^\circ$. Die Gerade t ist parallel zur Seite BC und zugleich Tangente an den Umkreis des Dreiecks. Der Berührungspunkt auf dem Bogen $\widehat{AB}$ ist T. Wie groß ist der Winkel $\widehat{ACT}$?



- (A) 6° (B) 8° (C) 7° (D) 10° (E) 9°

13. Eine Schildkröte macht manchmal einen Spaziergang. Sie startet immer von ihrem Stammpfad. Die Spazierwege bestehen immer aus geraden Stücken mit jeweils einer Länge von einem Meter. Die Richtung ist dabei zufällig nach Norden, Süden, Osten oder Westen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sich die Schildkröte nach einem zurückgelegten Weg von 6 m wieder bei ihrem Stammpfad befindet?

- (A) 1/8 (B) 13/128 (C) 9/64 (D) 9/128 (E) 25/256

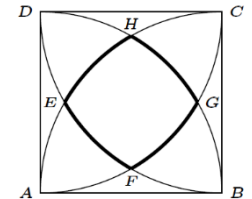
14. Gegeben ist ein regelmäßiges Vieleck $\mathcal{P}$ mit 21 Seiten. Bestimme, wie viele Dreiecke es mit mindestens zwei gleich langen Seiten gibt, die durch drei Eckpunkte des Vielecks $\mathcal{P}$ festgelegt werden!

- (A) 210 (B) 231 (C) 196 (D) 189 (E) 203

15. Chiara zeichnet ein Rechteck mit den Maßen $78 \text{ cm} \times 114 \text{ cm}$. Danach unterteilt sie es in $78 \cdot 114 = 8892$ kleine Quadrate mit der Fläche 1 cm^2 und zeichnet eine Diagonale des Rechtecks ein. Wie viele Quadrate werden von der Diagonale überstrichen?

- (A) 114 (B) 186 (C) 191 (D) 162 (E) 192

16. Das Quadrat ABCD hat eine Seitenlänge von 1 dm. Wie viele dm^2 misst die Fläche des krummlinigen Vierecks EFGH, welches von den Bögen der vier Kreise begrenzt wird, deren Zentren die Eckpunkte des Quadrates ABCD sind?



- (A) $\frac{3\pi - \sqrt{3}}{16}$ (B) $\frac{\pi - \sqrt{3}}{4}$ (C) $\frac{\sqrt{3}}{6}$ (D) $1 + \frac{\pi}{3} - \sqrt{3}$ (E) $2 - \sqrt{3}$